Corrigé type de l'examen S3 : Relativité restreinte

Questions de cours (06 pts) :

1. La relativité de Galilée concerne les objets se déplaçant avec une vitesse négligeable par rapport à c, contrairement à la relativité d'Einstein.

Relativité de Galilée	Relativité d'Einstein
- Temps absolu	- Temps relative selon le repère
- Vitesse << c	- Vitesse proches de c
- Pas de limite pour la vitesse	- La vitesse c est la vitesse la plus grande

2. Réponse (a) Le principe fondamental de la dynamique.
3. Réponse (b) Les deux événements peuvent être reliés par une ligne d'univers et (d) Les deux événements représentent l'évolution dans le temps de la même particule.

Exercice 01 (06 pts) : On pose : $\gamma = 1\Big/\sqrt{1-\left(v/c\right)^2}$

1- Energie cinétique de la particule :

l'énergie totale de la particule est: $E = \gamma mc^2$ (1)

l'énergie cinétique de la particule est donc $T = E - mc^2 \Rightarrow T = \gamma mc^2 - mc^2$ c-à-d:

$$\boxed{T = (\gamma - 1)\, mc^2} \quad (2)$$

Soit le quadrivecteur impulsion-énergie $\underline{p} = \begin{pmatrix} \frac{E}{c} \\ \overrightarrow{p} \end{pmatrix}$

donc $\underline{p}^2 = \frac{E^2}{c^2} - \overrightarrow{p}^2 = m^2c^2 \Rightarrow \overrightarrow{p}^2 = \frac{E^2}{c^2} - m^2c^2$ d'aprés (1) il vient:

$$\overrightarrow{p}^2 = \left(\gamma^2 - 1\right) m^2c^2 \Rightarrow \boxed{p = \sqrt{\gamma^2 - 1}mc \quad (3)}$$

En divisant les relations (2) et (3), on obtient:

$$\frac{T}{p} = \frac{(\gamma - 1)\, c}{\sqrt{\gamma^2 - 1}} \Rightarrow \boxed{T = \sqrt{\frac{\gamma-1}{\gamma+1}}pc}$$

2- Expression de la vitesse :

La quantité de mouvement de la particule est $\overrightarrow{p} = \gamma m \overrightarrow{v}$ donc sa vitesse est: $\overrightarrow{v} = \frac{\overrightarrow{p}}{\gamma m}$

et d'aprés (1) on a: $\overrightarrow{v} = \frac{c^2}{E}\overrightarrow{p}$ soit

$$\boxed{\overrightarrow{v} = \frac{c^2}{T+mc^2}\overrightarrow{p}}$$

Exercice 02 (08 pts) :

$$E_0\begin{pmatrix} ct_0 = 0 \\ x_0 = 0 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}} \quad \text{et} \quad E_0\begin{pmatrix} ct'_0 = 0 \\ x'_0 = 0 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}'}$$

1- Coordonnées des évènements E1 et E2 :

Les distances parcourues par les deux rayons lumineux dans leur référentiel propre qui est le train sont L/2. Ces rayons se déplacent avec une vitesse c dans le vide.

$$x'_1 - x'_0 = -c(t'_1 - t'_0) \quad \Rightarrow \quad x'_1 = -ct'_1 = L/2$$
$$x'_2 - x'_0 = +c(t'_2 - t'_0) \quad \Rightarrow \quad x'_2 = +ct'_2 = -L/2$$

$$E_1\begin{pmatrix} ct'_1 = -L/2 \\ x'_1 = L/2 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}'} \quad \text{et} \quad E_2\begin{pmatrix} ct'_2 = -L/2 \\ x'_2 = -L/2 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}'}$$

En utilisant la transformation de Lorentz :

$$\begin{cases} ct = \gamma_e(\beta_e . x' + ct') \\ x = \gamma_e(x' + \beta_e . ct') \end{cases}$$

$$E_1 \begin{pmatrix} ct_1 = -\gamma_e(1-\beta_e)\, L/2 \\ x_1 = \gamma_e(1-\beta_e)\, L/2 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}} \quad \text{et} \quad E_2 \begin{pmatrix} ct_2 = -\gamma_e(1+\beta_e)\, L/2 \\ x_2 = -\gamma_e(1+\beta_e)\, L/2 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}}$$

2- Durée qui sépare les événements $E1$ et $E2$:

Pour un observateur lié au référentiel R :

$$\Delta t = t_2 - t_1 = -\gamma_e \beta_e \frac{L}{c}$$

Pour un observateur lié au référentiel R' :

$$\Delta t' = t'_2 - t'_1 = 0$$

Carré de l'intervalle espace-temps

$$s'^{\,2}_{12} = c^2(t'_2 - t'_1)^2 - (x'_2 - x'_1)^2$$

$$s'^{\,2}_{12} = \left(-\frac{L}{2} + \frac{L}{2}\right)^2 - \left(-\frac{L}{2} - \frac{L}{2}\right)^2 = -L^2$$

L'intervalle est du genre espace.